Frazioni e numeri decimali

Dalla frazione al numero decimale

Ogni **frazione** rappresenta il **quoziente fra due numeri naturali**: il numeratore e il denominatore.

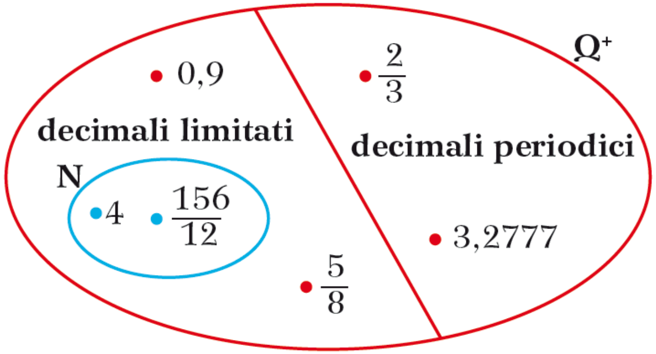
Ogni **frazione**, ridotta ai minimi termini, **genera un numero razionale positivo**.

Eseguendo la divisione tra il numeratore e il denominatore, una frazione può essere trasformata in:

- un **numero naturale**: $\frac{15}{5} = 15 : 5 = 3$
- un **numero decimale limitato**: $\frac{5}{8} = 5 : 8 = 0{,}625$
- un **numero decimale illimitato periodico**: $\frac{11}{6} = 11 : 6 = 1{,}833...$

La frazione che dà origine al numero decimale si dice **frazione generatrice**.

I **numeri razionali positivi** si indicano con $\mathbf{Q}^+$ e si possono rappresentare con un diagramma di Venn.



Frazioni e numeri decimali limitati

Una frazione non apparente, quando ha per denominatore una potenza di 10, si dice **frazione decimale**; le altre frazioni si dicono **frazioni ordinarie**.

Frazioni decimali	**Frazioni ordinarie**
$\frac{3}{10}$; $\frac{7}{100}$	$\frac{3}{4}$; $\frac{23}{62}$

Una frazione decimale genera un **numero decimale finito**:

$\mathbf{\frac{3}{10}}$ = 3 : 10 = **0,3** $\mathbf{\frac{7}{100}}$ = 7 : 100 = **0,07**

Anche alcune frazioni ordinarie possono essere trasformate in frazioni decimali:

$\mathbf{\frac{3}{4}} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100}$ = 75 : 100 = **0,75**

Una frazione ordinaria ridotta ai minimi termini genera un numero decimale limitato solo se il suo denominatore, scomposto in fattori primi, contiene come fattori solo 2 o 5 o entrambi.

Lattes

Frazioni e numeri decimali illimitati

NUMERO DECIMALE ILLIMITATO PERIODICO SEMPLICE

Un numero si dice **decimale illimitato periodico semplice** se il quoziente ottenuto presenta, dopo la virgola, una cifra o un gruppo di cifre che si ripetono dette **periodo** (e si soprassegnano con un trattino):

$$\frac{2}{3} = 2 : 3 = 0{,}\underbrace{6}_{\text{periodo}}66\ldots = 0{,}\overline{6} \qquad \frac{25}{11} = 25 : 11 = 2{,}\underbrace{27}_{\text{periodo}}27 = 2{,}\overline{27}$$

Una frazione ordinaria ridotta ai minimi termini genera un numero decimale illimitato periodico semplice se il suo denominatore, scomposto in fattori primi, non contiene i fattori 2 e 5.

Frazioni e numeri decimali illimitati

NUMERO DECIMALE ILLIMITATO PERIODICO MISTO

Un numero si dice **decimale illimitato periodico misto** se il quoziente ottenuto presenta, dopo la virgola, una cifra o un gruppo di cifre che non si ripetono, dette **antiperiodo**, e una cifra o un gruppo di cifre che si ripetono, dette **periodo** (e si soprassegnano con un trattino):

$$\frac{4}{15} = 4 : 15 = 0{,}\underbrace{2}_{\text{antiperiodo}}\underbrace{6}_{\text{periodo}}66\ldots = 0{,}2\overline{6} \qquad \frac{5}{6} = 5 : 6 = 0{,}\underbrace{8}_{\text{antiperiodo}}\underbrace{3}_{\text{periodo}}33\ldots = 0{,}8\overline{3}$$

Una frazione ordinaria ridotta ai minimi termini genera un numero decimale illimitato periodico misto se il suo denominatore, scomposto in fattori primi, contiene come fattori oltre a 2 e 5 oppure a entrambi anche altri fattori.

Dal numero decimale alla frazione generatrice

NUMERO DECIMALE LIMITATO

La **frazione generatrice** di un **numero decimale limitato** è una frazione avente:

- per numeratore il numero naturale ottenuto togliendo la virgola;
- per denominatore 1 seguito da tanti zeri quante sono le cifre decimali del numero dato.

$$2{,}74 = \frac{274}{100}$$

Dal numero decimale alla frazione generatrice

NUMERO DECIMALE PERIODICO SEMPLICE

La **frazione generatrice** di un **numero decimale periodico semplice** è una frazione avente:

- per numeratore la differenza fra il numero dato scritto senza la virgola e il numero formato dalle cifre che precedono il periodo;
- per denominatore tanti 9 quante sono le cifre del periodo.

$$3{,}\overline{2} = \frac{32 - 3}{9} = \frac{29}{9}$$

tutto il numero scritto senza la virgola meno la parte che precede il periodo

tanti 9 quante sono le cifre del periodo

Dal numero decimale alla frazione generatrice

NUMERO DECIMALE PERIODICO MISTO

La **frazione generatrice** di un **numero decimale periodico misto** è una frazione avente:

- per numeratore la differenza fra il numero dato scritto senza la virgola e il numero formato dalle cifre che precedono il periodo;
- per denominatore tanti 9 quante sono le cifre del periodo e tanti 0 quante sono le cifre dell'antiperiodo.

$$5,2\overline{7} = \frac{527 - 52}{90} = \frac{\cancel{475}^{\,95}}{\cancel{90}_{\,18}} = \frac{95}{18}$$

tutto il numero scritto senza la virgola meno la parte che precede il periodo

tanti 9 quante sono le cifre del periodo e tanti 0 quante sono le cifre dell'antiperiodo

Operazioni con i numeri decimali

NUMERI DECIMALI LIMITATI

Si possono eseguire le operazioni seguendo le regole, oppure trasformare i numeri decimali nelle loro frazioni generatrici e poi, svolti i calcoli, trasformare la frazione ottenuta in numero decimale.

$$0{,}53 + [0{,}32 + 0{,}6 : (1{,}5 - 0{,}7)] =$$
$$= 0{,}53 + [0{,}32 + 0{,}6 : 0{,}8] =$$
$$= 0{,}53 + [0{,}32 + 0{,}75] =$$
$$= 0{,}53 + 1{,}07 = 1{,}60$$

$$0{,}53 + [0{,}32 + 0{,}6 : (1{,}5 - 0{,}7)] =$$
$$= \frac{53}{100} + \left[\frac{32}{100} + \frac{6}{10} : \frac{8}{10}\right] =$$
$$= \frac{53}{100} + \left[\frac{32}{100} + \frac{6}{10} \times \frac{10}{8}\right] = \frac{53}{100} + \left[\frac{32}{100} + \frac{6}{8}\right] =$$
$$= \frac{53}{100} + \left[\frac{32}{100} + \frac{3}{4}\right] =$$
$$= \frac{53}{100} + \left[\frac{32 + 75}{100}\right] =$$
$$= \frac{53}{100} + \frac{107}{100} = \frac{160}{100} = 1{,}60$$

Lattes

Operazioni con i numeri decimali

NUMERI DECIMALI ILLIMITATI E LIMITATI

Prima di eseguire le operazioni occorre trasformare i numeri nelle loro frazioni generatrici e poi, svolti i calcoli, trasformare la frazione ottenuta in numero decimale.

$$(1{,}8 - 0{,}\overline{7} \times 2) : (3{,}\overline{4} - 1{,}2\overline{4} - 1{,}\overline{8}) =$$

$$= \left(\frac{18}{10} - \frac{7}{9} \times 2\right) : \left(\frac{34-3}{9} - \frac{124-12}{90} - \frac{18-1}{9}\right) =$$

$$= \left(\frac{18}{10} - \frac{14}{9}\right) : \left(\frac{31}{9} - \frac{112}{90} - \frac{17}{9}\right) = \left(\frac{162-140}{90}\right) : \left(\frac{310-112-170}{90}\right) =$$

$$= \frac{22}{90} : \frac{28}{90} = \frac{\cancel{22}^{\,11}}{\cancel{90}_{\,1}} \times \frac{\cancel{90}^{\,1}}{\cancel{28}_{\,14}} = \frac{11}{14} = 0{,}7857142857142\ldots = 0{,}7\overline{857142}$$

Approssimazione di un numero decimale

Quando si eseguono calcoli con i numeri che hanno molte cifre decimali spesso si ricorre alla loro **approssimazione per eccesso o per difetto**. Un numero approssimato si avvicina a quello esatto senza uguagliarlo.
Consideriamo le approssimazioni del numero razionale: 2,175175175…

valore approssimato per difetto a meno di…		valore approssimato per eccesso a meno di…
2	una unità	3
2,1	un decimo	2,2
2,17	un centesimo	2,18
2,175	un millesimo	2,176

Scelto il livello di approssimazione, si usa la seguente **regola di arrotondamento**:

- se la prima cifra soppressa è < 5 il numero viene approssimato per difetto;
- se la prima cifra soppressa è ≥ 5 il numero viene approssimato per eccesso.

l'arrotondamento…	sarà…	in quanto la prima cifra soppressa…
alle unità	2	$1 < 5$
ai decimi	2,2	$7 > 5$
ai centesimi	2,18	$5 = 5$
ai millesimi	2,175	$1 < 5$

Lattes